

1. domácí „test“ z Matematické analýzy I.

Jméno a příjmení :

1. Vypočítejte limitu ($n \in \mathbb{N}$) (nebo ukažte, že daná posloupnost limitu nemá):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + (-1)^{n-1} n + 1} - n \right) .$$

(5 bodů)

2. Vypočítejte limitu ($n \in \mathbb{N}$)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k}} .$$

(5 bodů)

3. Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{e^{2n} n!} .$$

(5 bodů)

4. V závislosti na parametru $x \in \mathbb{R}$ vyšetřete, zda konverguje absolutně, resp. konverguje neabsolutně, resp. diverguje řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3n}{n^2 + 1} (x+1)^n .$$

(5 bodů)

5. Necht' je $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$. Co můžete říci o limitě posloupnosti $\left\{ (-1)^n a_n \right\}_{n=1}^{\infty}$?

Příslušná tvrzení dokažte.

nebo

Napište definici nevlastní limity posloupnosti ($+\infty$) .

Necht' $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = +\infty$ a necht' existuje $n_0 \in \mathbb{N}$ takové, že pro všechna $n \in \mathbb{N}, n > n_0$

je $a_n > b_n$. Co můžete říci o limitě $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$? Odůvodněte.

(5 bodů)