# DOMÁCÍ TEST umění integrovat.

**I. V následujících příkladech vždy najděte největší otevřený interval, kde existuje daný integrál
a integrál pak vypočítejte.**

1. $\int \frac{\ln(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\, dx$ .

2. $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x+1}\, dx$

3. $\int x e^{-x^2}\, dx$

4. $\int \left( \frac{1}{\ln^2 x+1} \cdot \frac{1}{x} + \frac{e^x-2}{e^{2x}-2e^x+2} \right) dx$

5. $\int \left( \frac{1}{x^2} arctg \frac{1}{x} + \frac{1}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(x+6\sqrt{x}+10\right)} \right) dx$

6. $\int \left( \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} + \frac{2e^{2x}-5}{e^{2x}+4e^x+5} \right) dx$

7. $\int \left( \frac{1}{x^3} \ln\left(1-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{2e^{2x}-5}{e^{2x}+4e^x+5} \right) dx$

8. $\int \left( \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{7\sqrt{x}-4}{2x(x-2\sqrt{x}+2)} \right) dx$

**II. Aplikace určitého integrálu.**

1. Spočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti ω kolem osy $x$, kde
$$\omega = \left\{ [x,y]; -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le y \le \cos x \right\} .$$

2. Vypočítejte obsah rovinné oblasti , která je ohraničená grafy funkcí
$$y = x^2 - 2x - 1 \quad \text{a} \quad y = x - 1 .$$

3. Vypočítejte obsah rovinné oblasti ω, kde
$$\omega = \left\{ [x,y];\ 0 \le x \le 1, 0 \le y \le arctg\sqrt{x} \right\}.$$
Výpočet začněte substitucí $\sqrt{x}$ .

4. Vypočítejte objem rotačního tělesa, jehož plášť vznikne rotací křivky $y = \ln x, 1 \le x \le e$ kolem osy $x$.

5. . Spočítejte obsah omezené rovinné oblasti, která je ohraničená grafy funkcí $y = \frac{2}{x}$ a $y = 3 - x$ .

6. Vypočítejte obsah rovinné oblasti $\omega$, která je ohraničená grafy funkcí

$$y = x^2 \quad \text{a} \quad y = \sin^2 x \qquad \text{pro} \quad x \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle.$$

7. Vypočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací omezené rovinné oblasti $\omega$, která je ohraničená grafem funkce $y = \ln x$, tečnou k tomuto grafu v bodě $[1,0]$ a přímkou $x = e$ kolem osy $x$.

8. Vypočítejte velikost obsahu rovinné oblasti která je ohraničená křivkami

$$y = x^2 - 2x - 1 \quad \text{a} \quad y = 3 - x^2 \ .$$

9. Vypočítejte obsah rovinné oblasti $\omega$, která je ohraničená grafem funkce $y = \arcsin x$, tečnou ke grafu této funkce v počátku a přímkou $x = 1$